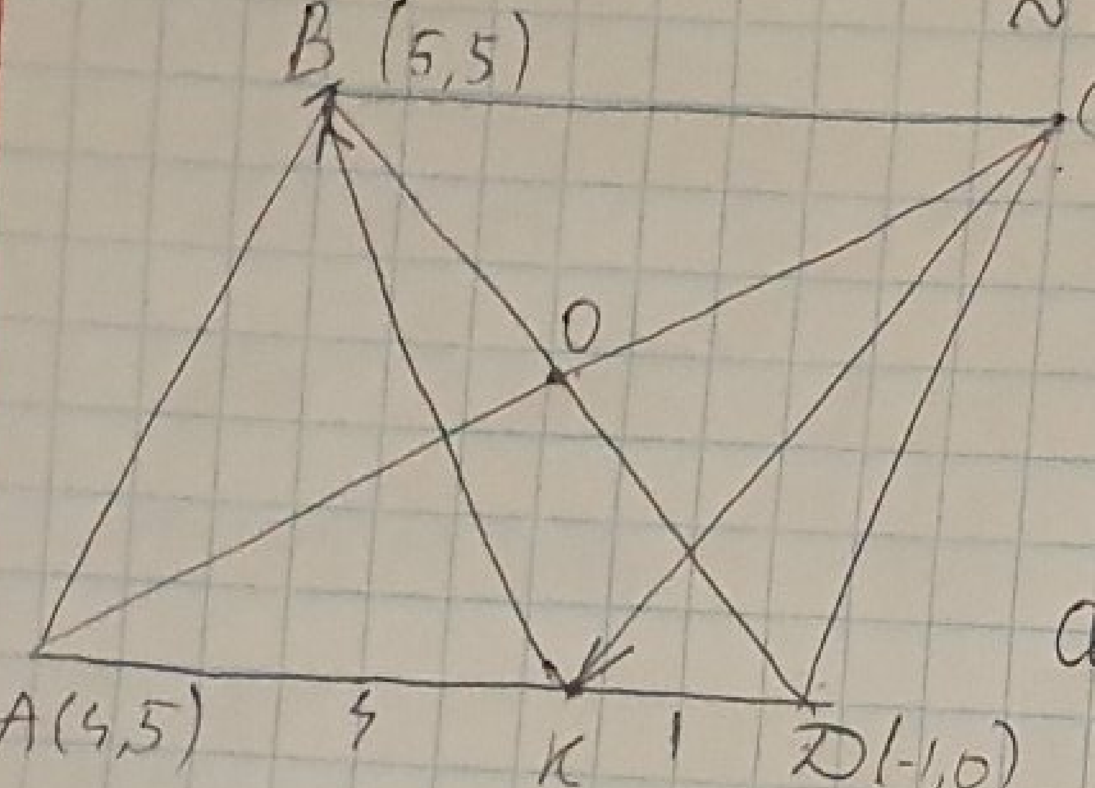
1

Снигар Оксана мта-11. вар. 17



№1

$\frac{AK}{KD}=\frac{4}{1}$; $BD \cap AC = O$

$C_{\overline{AB},\overline{CK}}$

а) $C=(0,0)$, $A=(4,5)$ $K=(0,1)$
$B=(5,5)$ $D=(-1,0)$ $O=(2,2{,}5)$

1) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $|\overline{AB}|=|\overline{CD}|$;
$\overline{CD}=-\overline{AB}=(-1,0) \Rightarrow D(-1,0)$

2) $\overline{DK}=\overline{DC}+\overline{CK}=\overline{AB}+\overline{CK}=(1,1)$
$\frac{DK}{DA}=\frac{1}{5} \Rightarrow DA=5DK=(5,5)$
$\overline{CA}=\overline{CD}+\overline{DA}=-\overline{AB}+\overline{DA}=(4,5)\rightarrow A(4,5)$

3) $\overline{DA} \parallel \overline{CB}$, $|\overline{DA}|=|\overline{CB}|$
$\overline{CB}=\overline{DA} \Rightarrow B(5,5)$

4) $\overline{CO}=\overline{CD}+\overline{DO}$ ~~$\overline{BD}=(6,5)$, O-сер BD.~~
~~Тоді $O=(3,2{,}5)$~~ $\overline{CO}=\frac{1}{2}\overline{CA}=$
$=\frac{1}{2}(4,5)=(2,2{,}5) \rightarrow O(2,2{,}5)$

5)

2

б) Перехід від $C_{\overline{AB},\overline{CK}}$ до $A_{\overline{BD},\overline{KB}}$.

$\overline{BD}=\overline{BA}+\overline{AD}=-(\overline{AB}+\overline{DA})=-((1,0)+(5,5))=$
$=(-6,-5)$

$\overline{KB}=\overline{KA}+\overline{AB}=\frac{4}{5}\overline{DA}+\overline{AB}=(5,4)$

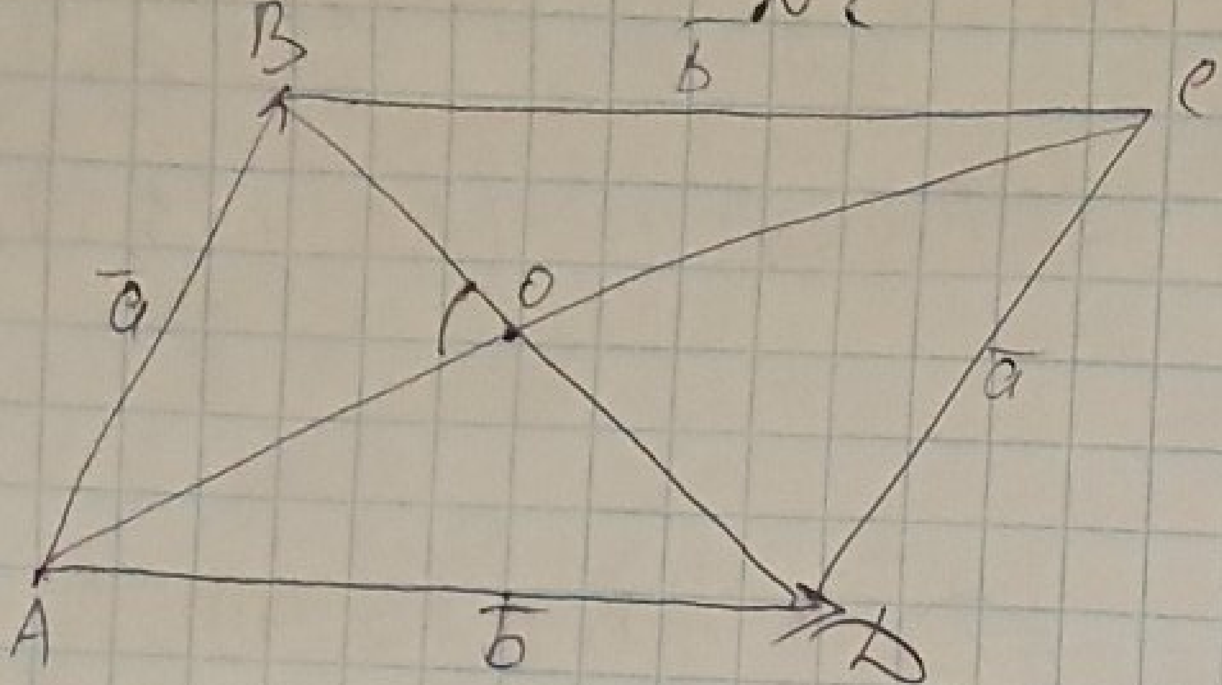
Тоді $\begin{pmatrix}-6 & 5\\ -5 & 4\end{pmatrix}$ – м. переходу, $A(4,5)$.

$$\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6 & 5\\ -5 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\ 5\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}x=-6x'+5y'+4\\ y=-5x'+4y'+5\end{cases}$$

В: $A(4,5)$ $B(5,5)$ $C(0,0)$ $D(-1,0)$ $K(0,1)$
$O(2,2{,}5)$ $\begin{cases}x=-6x'+5y'+4\\ y=-5x'+4y'+5\end{cases}$

№2



$BD \cap AC = O$.

$\bar a(3, -2, 4)$

$\bar b(-2, 3, 0)$

$|\bar a| = \sqrt{29}$

$|\bar b| = \sqrt{13}$

Знайдемо $\angle BOC$.

$\overline{OA} = -\frac{1}{2}\overline{AC} = -\frac{1}{2}(\bar a + \bar b) = -\frac{1}{2}(1, 1, 4) = (-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -2)$

$\overline{OB} = \overline{DO} = \frac{1}{2}\overline{DB} = \frac{1}{2}(\overline{DA} + \overline{DC}) = \frac{1}{2}(\bar a - \bar b) = (\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}; 2)$

$\overline{OB} \cdot \overline{OA} = |OB| \cdot |OA| \cos(\overline{OB}, OA)$

$\overline{OB} \cdot \overline{OA} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} + (-\frac{1}{2})(-\frac{5}{2}) + (-2) \cdot 2 = -\frac{5}{4} + \frac{5}{4} - 4 = -4$

$|\overline{OB}| = \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{25}{4} + 4} = \frac{\sqrt{66}}{2}$

$|\overline{OA}| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 4} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Тоді: $\frac{\sqrt{66}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\angle BOA = -4$

$\cos\angle BOA = \frac{-16}{3\sqrt{132}}$

$\angle BOA = \arccos\left(-\frac{16\sqrt{132}}{3 \cdot 132}\right) = \pi - \arccos\left(\frac{8\sqrt{33}}{99}\right)$

В: $\pi - \arccos\left(\frac{8\sqrt{33}}{99}\right)$

№3

$|\bar e_1| = 2$, $|\bar e_2| = \sqrt{2}$; $\angle(\bar e_1, \bar e_2) - ?$; $\bar a = \bar e_1 - 2\bar e_2$

$\bar b = 3\bar e_1 + 4\bar e_2$, $\bar a \perp \bar b$.

Розв'язання

$\bar a \perp \bar b \Leftrightarrow \bar a \cdot \bar b = 0$, тобто $(\bar e_1 - 2\bar e_2)(3\bar e_1 + 4\bar e_2) = 0$

$3\bar e_1^2 + 4\bar e_1\bar e_2 - 6\bar e_1\bar e_2 - 8\bar e_2^2 = 0$

$3\bar e_1^2 - 2\bar e_1\bar e_2 - 8\bar e_2^2 = 0$

$3|\bar e_1|^2 - 2|\bar e_1||\bar e_2| \cos\angle(\bar e_1, \bar e_2) - 8|\bar e_2|^2 = 0$

$12 - 4\sqrt{2}\cos\angle(\bar e_1, \bar e_2) - 16 = 0$

$\sqrt{2}\cos\angle(\bar e_1, \bar e_2) = -1$

$\cos\angle(\bar e_1, \bar e_2) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\angle(\bar e_1, \bar e_2) = \pi - \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

В: $\frac{3\pi}{4}$

№4

$\angle(\bar e_1, \bar e_2) = 135^\circ$, $|\bar e_1| = 2$, $|\bar e_2| = \sqrt{2}$, $\bar a = (-1, 5)$

$\bar b(5, 1)$

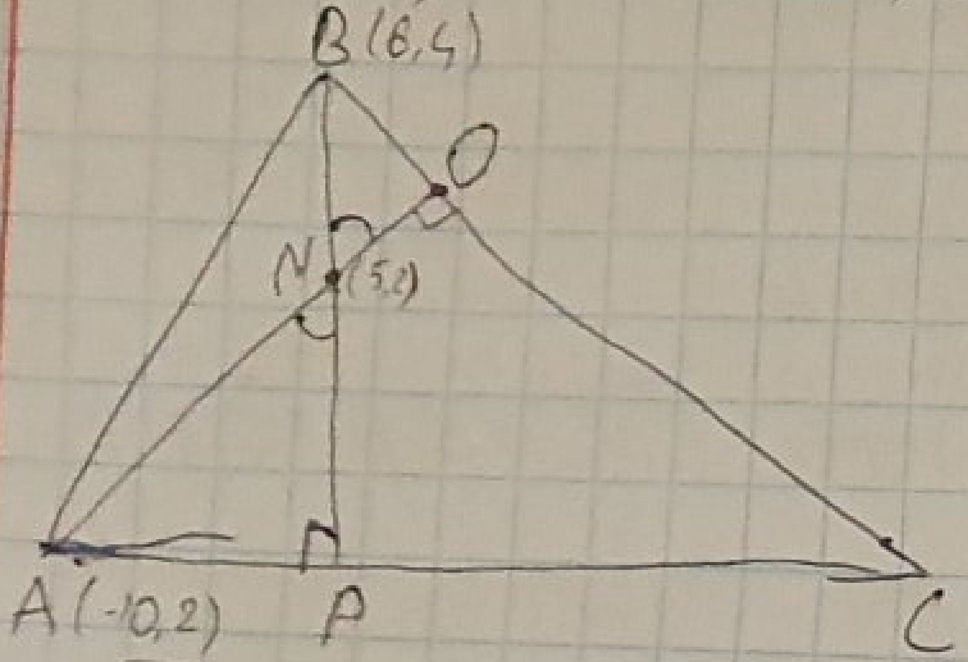
Розв'язання

$\bar a_{\bar b} = \frac{\bar a \cdot \bar b}{|\bar b|}$

$\bar a \cdot \bar b = -1 \cdot 5 + 5 \cdot 1 = 0$. Вектори $\bar a$ та $\bar b$ перпендикулярні $\rightarrow$ $\bar a_{\bar b} = \frac{0}{|\bar b|} = 0$.

$\sqrt{5}$

$A(-10,2)$ $B(6,4)$, $\triangle ABC$, N - перетин висот
$N(5,2)$, C - ? скп.



Розв'язання

1) Знайдемо AO:

$\overline{AN}=(15,0)$; Тоді р-ня AO: $\frac{x+10}{15}=\frac{y-2}{0}$

$15y=30$

$y=2$ - р-ня AO.

2) Знайдемо BP: $\overline{BN}=(-1,-2)$.

Тоді $\frac{x-6}{-1}=\frac{y-4}{-2}$

$\frac{6-x}{1}=\frac{4-y}{2}$

$12-2x=4-y$

$y=2x-8$ - р-ня BP

~~$\overline{NA}=(15,0)$, $|\overline{NA}|=15$~~

~~$\overline{NB}=(-1,-2)$; $|\overline{NB}|=\sqrt{5}$~~

~~$\triangle NOB \sim \triangle NPA$, оск. $\angle BNO=\angle ANP$, $\angle BON=\angle NPA=90°$~~

~~$\triangle NOB \sim \triangle NPA \Rightarrow \frac{NB}{NA}=\frac{\sqrt{5}}{15}$~~

~~$\triangle NPA \sim \triangle NOB$ $\frac{NA}{NB}=\frac{15}{\sqrt{5}}=\frac{15\sqrt{5}}{5}=\frac{3\sqrt{5}}{1}$~~

~~Отже~~

3) Нехай $\overline{n}(a,b)$ - вектор, що паралел. BC

$\overline{AN}\perp\overline{n} \Leftrightarrow \overline{AN}\cdot\overline{n}=0$

$(x-6)\cdot15+(y-4)\cdot0=0$

$15x-6\cdot15=0$

$x=6$ - р-ня BC.

4) Нехай $m(a,b) \parallel AC$.

$\overline{BN}\perp\overline{m} \Leftrightarrow \overline{BN}\cdot\overline{m}=0$

$(x+10)(-1)+(y-2)(-2)=0$

$-x-10-2y+4=0$

$x+6+2y=0$ - р-ня AC.

$AC\cap BC=C$: $\begin{cases}x-6=0\\x+6+2y=0\end{cases}$ $\begin{cases}x=6\\y=-6\end{cases}$

$C(6;-6)$

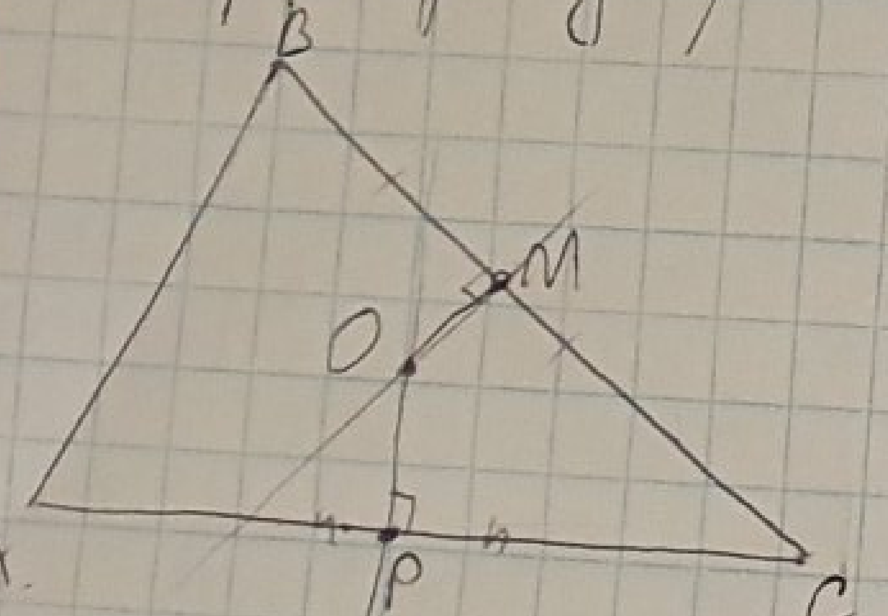
В: $(6;-6)$

№6

$A(1,0)$ $B(3,4)$ $C(-3,-2)$ $\triangle ABC$: $к(O,r)$ - описане навколо $\triangle ABC$. $O(x_0,y_0)$ - ?

Розв'язання

Центр $к(O,r)$ - перетин серединних перпендикулярів. $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$



$A \in к(O,r) \Rightarrow$

$(1-x_0)^2+y_0^2=r^2$

$B \in к(O,r) \Rightarrow$

$(3-x_0)^2+(4-y_0)^2=r^2$

$C \in к(O,r) \Rightarrow$

$(+3+x_0)^2+(2+y_0)^2=r^2$

$$\begin{cases}(1-x_0)^2+y_0^2=r^2\\(3-x_0)^2+(4-y_0)^2=r^2\\(3+x_0)^2+(2+y_0)^2=r^2\end{cases}$$

$\overline{AC}=(-4;-2)$. $\overline{AC}\perp\overline{OP} \Leftrightarrow \overline{AC}\cdot\overline{OP}=0$.

$P=(-1;-1)$; тоді $(x+1)\cdot(-4)+(y+1)\cdot(-2)=0$

як сер. AC

$-4x-4-2y-2=0$

$4x+2y+6=0$

$2x+y+3=0$ - р-ня OP.

$M=(0;1)$ - сер BC. , $\overline{BC}=(-6;-6)$

$\overline{BC}\perp\overline{OM} \Leftrightarrow \overline{BC}\cdot\overline{OM}=0$; тоді

$(x-0)(-6)+(y-1)(-6)=0$

$-6x-6y+6=0$

$x+y-1=0$ - р-ня OM

$OP \cap OM = O \Rightarrow \begin{cases}x+y-1=0\\2x+y-3=0\end{cases}$ $\begin{cases}-x-y+1=0\\2x+y-3=0\end{cases}$

$\begin{cases}x+y-1=0\\x-2=0\end{cases}$ $\begin{cases}y=-1\\x=2\end{cases}$

$B(2;-1)$